

Тема: Перпендикулярность прямой и плоскости. «Перпендикуляр и наклонная»

Цели урока:

Образовательные – ввести понятие расстояния от точки до плоскости, наклонной и проекции; рассмотреть свойства наклонных; показать применение этих свойств при решении задачи; обеспечить восприятие учебного материала с помощью презентации;

Развивающие – способствовать формированию ключевых компетенций, а также активизации творческой деятельности учащихся;

Воспитательные – содействовать воспитанию интереса к математике, умению четко организовывать работу.

1. Актуализация опорных знаний.

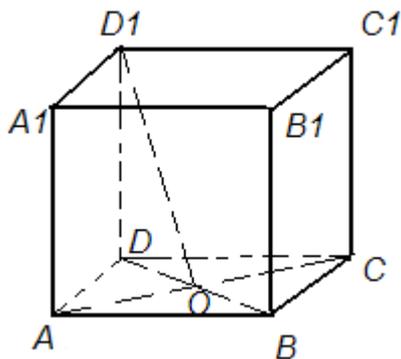
Проводится в форме фронтальной работы с классом.

- Каким может быть взаимное расположение прямых в пространстве?
- Какие две прямые называются параллельными в пространстве?
- Дать определение скрещивающихся прямых.
- Дать определение перпендикулярных прямых в пространстве.
- Сформулируйте определение прямой перпендикулярной плоскости.

Определение.

Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.

- Сформулируйте свойства перпендикулярности прямой и плоскости.
- **Задача 1** (устно)

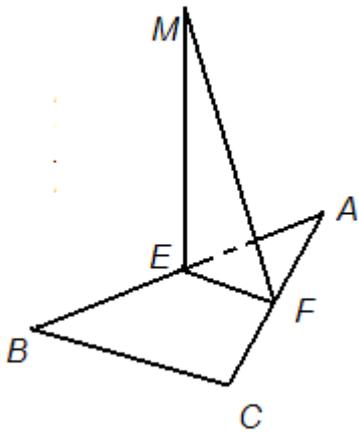


Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

Доказать:

- 1) прямые AC и D_1O перпендикулярны;
- 2) $\angle ABC_1 = 90^\circ$

- **Задача 2** (устно)

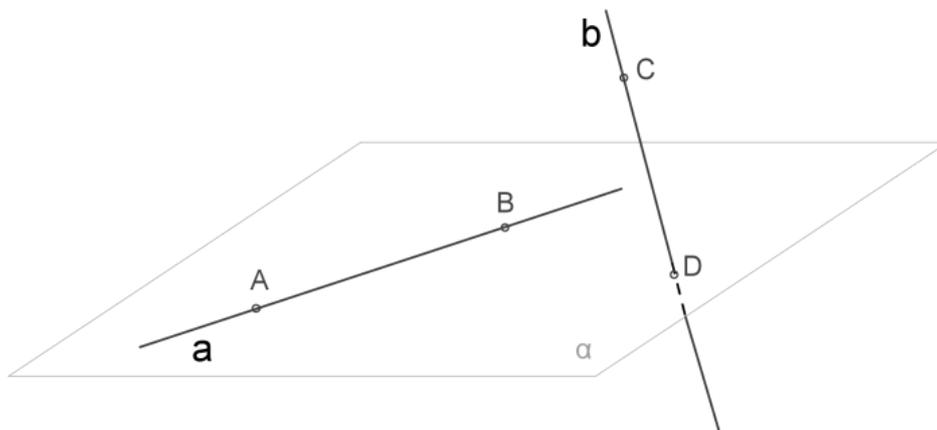
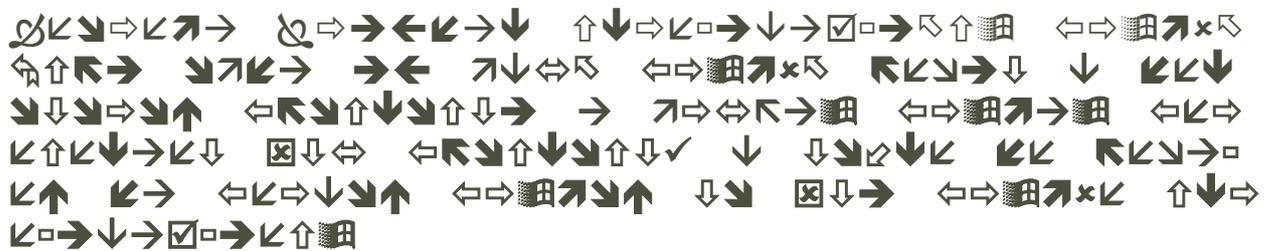


Отрезок EF является средней линией прямоугольного треугольника ABC ($\angle ACB=90^\circ$). Через точку E проведен перпендикуляр ME к плоскости этого треугольника.

Доказать:

- 1) $MF \perp AC$,
- 2) $MC = MA$.

2. Новый материал



Теорема 2.

Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.

Задача 1

Точка D не лежит в плоскости треугольника ABC , точки M, N, P – середины отрезков DA, DB и DC соответственно, точка K лежит на отрезке BN (Рис. 7.). Выясните взаимное расположение прямых.

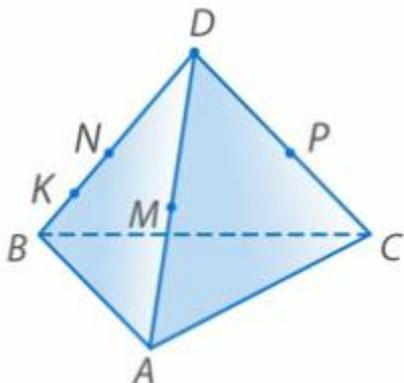


Рис. 7

1) ND и AB .

Прямая ND – это другое обозначение прямой BD . Прямая BD и прямая AB лежат в плоскости ABD и пересекаются.

2) PK и BC .

Прямые PK и BC лежат в одной плоскости. Значит, они либо параллельные, либо пересекаются. Проведем среднюю линию NP (N, P – середины отрезков DB и DC соответственно). По свойству средней линии, прямая NP параллельна прямой BC . Через точку P можно провести только одну прямую, параллельную прямой BC , и это прямая NP . Значит, любая другая прямая, проходящая через точку P , не параллельна прямой BC . Значит, PK и BC пересекаются.

3) MN и AB .

В треугольнике ABD точки M и N – середины сторон AD и BD . Значит, MN – средняя линия. По свойству средней линии, MN параллельна AB .

4) MP и AC .

В треугольнике ADC точки M и P – середины сторон AD и CD . Значит, MP – средняя линия. По свойству средней линии, MP параллельна AC .

5) KN и AC .

Прямая KN и прямая BD – это одна и та же прямая. Прямая AC лежит в плоскости ABC , прямая BD пересекает плоскость ABC в точке, не лежащей на прямой AC . Значит, по признаку, прямые BD и AC – скрещивающиеся. То есть, прямые KN и AC – скрещивающиеся.

6) MD и BC .

Прямая MD и прямая AD – это одна и та же прямая. Прямая BC лежит в плоскости ABC , прямая AD пересекает плоскость ABC в точке, не лежащей на прямой BC . Значит, по признаку, прямые AD и BC – скрещивающиеся. То есть, прямые MD и BC – скрещивающиеся.

Задача 2

Докажите, что если AB и CD скрещиваются, то AD и BC тоже скрещиваются.

Доказательство

Предположим, что прямые AD и BC не скрещиваются, то есть лежат в одной плоскости. Значит, все точки A, B, C, D лежат в этой плоскости, значит прямые

AB и CD тоже лежат в этой плоскости. Но прямые AB и CD скрещивающиеся по условию. Получили противоречие. Значит, прямые AD и BC – скрещивающиеся.

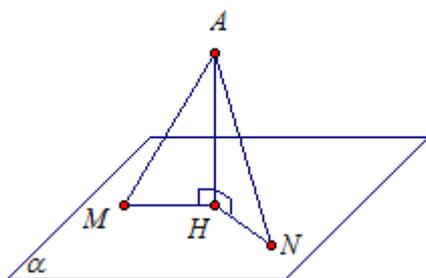
Рассмотрим плоскость α . Точка A лежит вне плоскости α . Отрезок AH перпендикулярен плоскости α .

Отрезок AH – **перпендикуляр**, проведенный из точки A к плоскости α .

Точка H – основание перпендикуляра.

Отрезок AM – **наклонная**, M – основание наклонной.

Отрезок MH называется **проекцией наклонной AM** на плоскость α . (Рис. 1)



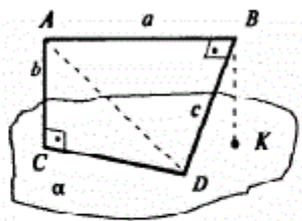
Теорема о трех перпендикулярах

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

Обратная теорема

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции

29. Из концов отрезка AB , параллельного плоскости, проведены перпендикуляр AC и наклонная BD , перпендикулярная отрезку AB . Чему равно расстояние CD , если $AB = a$, $AC = b$, $BD = c$?



Проведем AD . Тогда из прямоугольного треугольника ABD имеем: $AD^2 = AB^2 + BD^2 = a^2 + b^2$.

Далее по теореме Пифагора в $\triangle ACD$:

$CD^2 = AD^2 - AC^2 = (a^2 + c^2) - b^2 = a^2 + c^2 - b^2$, так что

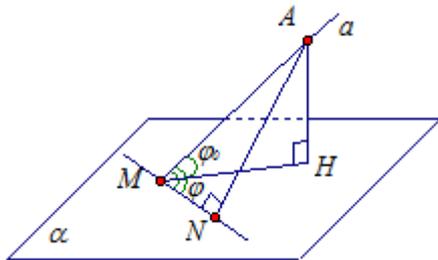
$CD = \sqrt{a^2 + c^2 - b^2}$.

Угол между прямой и плоскостью

Определение.

Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярную к ней, называется угол между прямой и ее проекцией на плоскость.

Рассмотрим плоскость α и прямую $a = AM$, AH – перпендикуляр, MH – проекция прямой AM на плоскость α (рис. 3). Угол между прямой AM и плоскостью α – это угол между прямой AM и ее проекцией MH , т. е. угол $\angle HMA = \varphi_0$. Обозначение: $\angle(AM; \alpha) = \angle(AM; MH) = \angle AMH = \varphi_0$



Домашнее задание:

Параграф 1,2

1. Какие прямые называются скрещивающимися?
2. Назовите возможные случаи взаимного расположения двух прямых в пространстве.
3. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (см. Рис. 8.). Каково взаимное расположение прямых:
 - а) AB и BC .
 - б) AB и $D_1 C_1$.
 - в) AB и $A_1 D_1$.
 - г) BC и $D_1 C_1$.
 - д) BD и $B_1 D_1$?

