

21 группа

Дата: 02.02 2022

Тема урока: Комплексные числа и действия над ними.

Цели и задачи:

- Обобщить и систематизировать знания, умения и навыки учащихся по теме «Комплексные числа»
- Систематизировать и применять полученные знания.
- Развивать логическое мышление и внимание.

Ход урока:

I. Организационный момент:

(Сообщение темы и целей урока).

II. Повторение пройденного материала.

~ Чем ограничена криволинейная трапеция?

~ Какие помните основные свойства для решения определенных интегралов? Вспомнить способ нахождения примерного значения определённого интеграла.

Одновременно у доски работают индивидуально двое обучающихся, содержащим задания разной степени трудности. Остальные работают в тетрадях.

Задание № 1. (Методом трапеций) Найти приближенное значение определённого интеграла $\int_0^4 4x^3 dx$, разбив отрезок интегрирования $[0 ; 4]$ на 8 равных частей. Если значение получается десятичным, то вычисления проводим с точностью до третьего знака после запятой.

III. Изучение нового материала.

Преподаватель:

Рассмотрим элементы вида $z = x + yi$, где x и y - действительные числа, а i - некоторый элемент, называемый мнимой единицей (см. *).

Элемент $z = x + yi$ называют комплексным числом, x - его действительной, а y - мнимой частью и пишут $x = \operatorname{Re} z$, $y = \operatorname{Im} z$.

(От латинских слов *realis* - действительный, *imaginaris* - мнимый)

Два комплексных числа считаются равными тогда и только тогда, когда равны их действительные и мнимые части.

Множество всех комплексных чисел обозначают через \mathbb{C} .

Арифметические операции над комплексными числами

Комплексным числом z называется упорядоченная пара (x, y) вещественных чисел x и y (или вектор (x, y)).

Комплексные числа $z_1 = (x_1, y_1)$ и $z_2 = (x_2, y_2)$ считаются равными тогда и только тогда, когда $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$.

Сумма и произведение комплексных чисел $z_1 = (x_1, y_1)$ и $z_2 = (x_2, y_2)$ определяются равенствами

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2, y_1 + y_2);$$

$$z_1 z_2 = (x_1 x_2 - y_1 y_2, x_1 y_2 + x_2 y_1).$$

В частности:

$$(x_1, 0) + (x_2, 0) = (x_1 + x_2, 0);$$

$$(x_1, 0) \cdot (x_2, 0) = (x_1 \cdot x_2, 0).$$

Следовательно, множество действительных чисел вкладывается в множество комплексных чисел и можно отождествить комплексное число вида $(x, 0)$ и действительное число x : $(x, 0) \equiv x$.

Введем обозначение

$$i = (0, 1).$$

Тогда по правилам умножения

$$i^2 = (0, 1)(0, 1) = (-1, 0) = -1.$$

Теперь любое комплексное число можно записать в виде

$$z = (x, y) = (x, 0) + (0, y) = x + iy.$$

Такую форму записи называют **алгебраической формой записи комплексного числа**. Арифметические операции с комплексными числами в алгебраической форме могут быть записаны следующим образом:

сложение $z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2);$

вычитание $z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + i(y_1 - y_2);$

умножение $z_1 z_2 = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + i(x_1 y_2 + x_2 y_1).$

(Как видно из последнего равенства, комплексные числа перемножаются как двучлены.)

Деление:

$$z_1 : z_2 = \frac{x_1 + iy_1}{x_2 + iy_2} = \frac{(x_1 + iy_1)(x_2 - iy_2)}{(x_2 + iy_2)(x_2 + iy_2)} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2} + i \frac{y_1 x_2 - x_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2}.$$

Возведение в степень:

$$z^n = (x + iy)^n = x^n + C_n^1 x^{n-1} \cdot iy + \dots + (iy)^n,$$

где n – целое положительное число.

IV. Закрепление изученного материала.

Задание № 1. Выбрать правильный ответ

Сумма двух комплексных чисел $z_1=a+bi$ и $z_2=c+di$ равна

1. $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$
2. $(a + bi) + (c + di) = (a + c) - (b + d)i$
3. $(a + bi) + (c + di) = (a - c) + (b - d)i$
4. $(a + bi) + (c + di) = (a + d) + (b + c)i$

Задание № 2. Написать разность двух комплексных чисел $z_1=a+bi$ и $z_2=c+di$

Задание № 3. Выбрать правильный ответ

Действительная и мнимая части числа $z=3-2i$ равны

1. $\operatorname{Re} z = 3 \operatorname{Im} z = -2$
2. $\operatorname{Re} z = 3 \operatorname{Im} z = 2$
3. $\operatorname{Re} z = 2 \operatorname{Im} z = -3$
4. $\operatorname{Re} z = -2 \operatorname{Im} z = 3$

Вопросы:

Дайте определение термина комплексные числа.

Перечислите основные арифметические действия с комплексными числами.

V. Домашнее задание

Задание № 1. Написать произведение двух комплексных чисел $z_1=a+bi$ и $z_2=c+di$

Задание № 2. Посчитать частное(деление) комплексных чисел: $z_1 = 4+5i$ и $z_2 = 3+2i$

Задание № 3. Посчитать сумму комплексных чисел: $z_1 = 1+3i$ и $z_2 = 2+6i$