

**Дата:03.02.2022**

**Дисциплина Математика**

**Преподаватель: Коренькова Л.Ю.**

**Группа 14**

Тема урока: ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ НАИЛУЧШЕГО РЕШЕНИЯ В ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧАХ.

## ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

### Цели урока:

формирование математического мышления студентов;

создание условий для овладения знаниями о примерах использования производной для нахождения

#### 1. Этап актуализации опорных знаний

Преподаватель задает вопросы студентам:

1. Какие вы знаете методы исследования функции?
2. Как находить наибольшее и наименьшее значений непрерывной функции на промежутке?
3. Как применять производную нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке.

Студенты отвечают на эти вопросы, вспоминая знания, полученные на предыдущем занятии.

#### 1. Работа над новой темой

*П.Л.Чебышев говорил, что «особенную важность имеют те методы науки, которые позволяют решать задачу, общую для всей практической деятельности человека: как располагать своими средствами для достижения наибольшей выгоды». С такими задачами в наше время приходится иметь дело представителям самых разных специальностей. Технологи – стараются так организовать производство, чтобы выпускалось как можно больше продукции. Конструкторы пытаются разработать прибор для космического корабля так, чтобы масса прибора была наименьшей. Экономисты стараются спланировать связи завода с источниками сырья так, чтобы транспортные расходы оказались минимальными, и т.д.*

*Задачи подобного рода носят общее название – задачи на оптимизацию (от латинского слова *optimit* – «наилучший»). В самых простых задачах на*

оптимизацию мы имеем дело с двумя величинами, одна из которых зависит от другой, причём надо найти такое значение второй величины, при котором первая принимает своё наименьшее или наибольшее (наилучшее в данных условиях) значение.

## 1. Включение нового знания в систему имеющихся знаний

**1. Периметр прямоугольника равен 40 см. Какую длину должны иметь стороны прямоугольника, чтобы площадь была наибольшей?**

Решение:  $2(a+b)=40, a+b=20, S=a \cdot b, b=20-a$ .

Выбираем независимую переменную  $x$  и выражаем через неё стороны прямоугольника.  $x$  см — длина прямоугольника,  $(20-x)$  см — ширина прямоугольника. Тогда  $0 < x < 20$ ;

записываем функцию  $S(x) = x \cdot (20-x) = 20x - x^2$ ;

находим производную  $S'(x) = 20 - 2x$ ;

решаем уравнение  $20 - 2x = 0, x = 10$ .

Значит, длина и ширина равны 10 см. Какая это получается фигура? (Квадрат).

$S(10) = 10 \cdot (20-10) = 10 \cdot 10 = 100 \text{ см}^2$ .

Ответ: 10 см.

**2. Бак, имеющий вид прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием, должен вмещать  $V$  литров жидкости. При какой стороне основания площадь поверхности бака (без крышки) будет наименьшей?**

Решение. Первый этап. Составление математической модели.

1) Оптимизируемая величина — площадь поверхности бака, поскольку в задаче требуется выяснить, когда эта площадь будет наименьшей. Обозначим  $OB$  буквой  $S$

2) Площадь поверхности зависит от измерений прямоугольного параллелепипеда. Объявим независимой переменной (Н. П.) сторону квадрата, служащего основанием бака; обозначим ее буквой  $x$ . Ясно, что  $x > 0$ . Других ограничений нет, значит,  $0 < x < +\infty$ . Таковы реальные границы изменения независимой переменной:

$x \in (0; +\infty)$

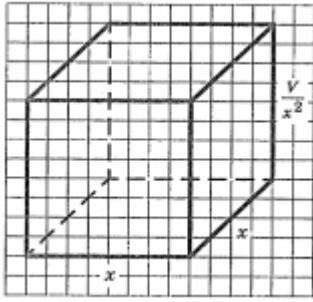
3) Если  $h$  — высота бака, то  $V = x^2 h$ , откуда находим  $h = \frac{V}{x^2}$

На рис. изображен прямоугольный параллелепипед, указаны его измерения.

Поверхность бака состоит из квадрата со стороной  $x$  и четырех прямоугольников со

сторонами  $x$  и  $\frac{V}{x^2}$ . Значит,  $S = x^2 + 4 \frac{V}{x^2} x = x^2 + \frac{4V}{x}$

Итак,  $S = x^2 + 4 \frac{V}{x}$ , где  $x \in (0; +\infty)$



Математическая модель задачи составлена.

Работа с составленной моделью.

На этом этапе для функции  $S = x^2 + 4 \frac{V}{x}$ , где  $x \in (0; +\infty)$  надо найти  $y_{\text{наим}}$ . Для этого нужна производная функции:

$$S' = 2x - 4 \frac{V}{x^2}$$

$$S' = \frac{2(x^3 - 2V)}{x^2}$$

На промежутке  $(0; +\infty)$  критических точек нет, а стационарная точка только одна:  $S' = 0$  при  $x = \sqrt[3]{2V}$

Заметим, что при  $x < \sqrt[3]{2V}$  выполняется неравенство  $S' < 0$ , а при  $x > \sqrt[3]{2V}$  выполняется неравенство  $S' > 0$ . Значит,  $x = \sqrt[3]{2V}$  — единственная стационарная точка, причем точка минимума функции на заданном промежутке, а потому, согласно теореме, в этой точке функция достигает своего наименьшего значения.

В задаче спрашивается, какой должна быть сторона основания, чтобы бак имел наименьшую поверхность. Мы выяснили, что сторона квадрата, служащего основанием такого бака, равна  $\sqrt[3]{2V}$

**Домашнее задание:** разобрать задачу 3 из п.59